2017-2018

LIMBAJE DE PROGRAMARE II – EXERCITII SI PROBLEME DE LABORATOR

Laborator 1 - Limbaje de programare II – Introducere in Fortran

Probleme rezolvate:

1) O ecuatie de gradul doi de forma $a\,x^2 + b\,x + c = 0$ are urmatoarele solutii analitice:

$$x_{1,2} = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4\,a\,c}}{2a}.$$

Urmatoarea implementare in Fortran calculeaza radacinile reale pentru aceasta ecuatie:

```
PROGRAM  Ecuatiegradouldoi
  IMPLICIT  NONE


  REAL  :: a, b, c, delta, radacina1, radacina2


  WRITE(*,*) 'Programul rezolva ecuatia de gradul doi, a x ^ 2 + b x + c = 0'
  WRITE(*,*)  'a:='
  READ(*,*)  a
  WRITE(*,*)  'b:='
  READ(*,*)  b
  WRITE(*,*)  'c:='
  READ(*,*)  c
  delta = b*b - 4.0*a*c
  WRITE(*,*) 'Delta este egala cu:', delta


  IF (delta >= 0.0) THEN
    delta=SQRT(delta)
    radacina1=(-b+delta)/(2.0*a)
```

```
    radacina2=(-b-delta)/(2.0*a)

    WRITE(*,*)  'Radacinile sunt ', radacina1, ' si ', radacina2

  ELSE

    WRITE(*,*)  'Nu sunt radacini reale'

  END IF


END PROGRAM  Ecuatiegraduldoi
```

Probleme propuse:

1) Sa se modifice programul anterior astfel incat solutiile afisate sa fie si cele complexe, in cazul in care expresia delta este negativa.

2) Sa se determine numeric perechile posibile a, b, c, astfel incat solutiile sa aiba suma cuprinsa intr-un interval [u,v] citit de la tastatura.

3) Sa se determine numeric perechile posibile a, b, c, astfel incat solutiile sa aiba produsul cuprins intr-un interval [u,v] citit de la tastatura.

4) Sa se determine numeric perechile posibile a, b, c, astfel incat o solutie sa fie suprinsa in intervalul [u,v], iar a doua solutie in intervalul [h,k], unde [u,v], respectiv [h,k] sunt intervale numerice citite de la tastatura.

Laborator 2 - Limbaje de programare II – Rezolvarea ecuatiilor algebrice de gradul trei

Probleme rezolvate:

1) O ecuatie de gradul trei de forma $a\,x^3 + b\,x^2 + c\,x + d = 0$ are urmatoarele solutii analitice:

$$x_1 = -\frac{b}{3a} - \frac{2^{1/3}(-b^2+3ac)}{3a\left(-2b^3+9abc-27a^2d+\sqrt{-4(b^2-3ac)^3+(2b^3-9abc+27a^2d)^2}\right)^{1/3}} + \frac{\left(-2b^3+9abc-27a^2d+\sqrt{-4(b^2-3ac)^3+(2b^3-9abc+27a^2d)^2}\right)^{1/3}}{3\,2^{1/3}a}$$

$$x_2 = -\frac{b}{3a} + \frac{(1+i\sqrt{3})(-b^2+3ac)}{3\,2^{2/3}a\left(-2b^3+9abc-27a^2d+\sqrt{-4(b^2-3ac)^3+(2b^3-9abc+27a^2d)^2}\right)^{1/3}} - \frac{(1-i\sqrt{3})\left(-2b^3+9abc-27a^2d+\sqrt{-4(b^2-3ac)^3+(2b^3-9abc+27a^2d)^2}\right)^{1/3}}{6\,2^{1/3}a}$$

$$x_3 = -\frac{b}{3a} + \frac{(1-i\sqrt{3})(-b^2+3ac)}{3\,2^{2/3}a\left(-2b^3+9abc-27a^2d+\sqrt{-4(b^2-3ac)^3+(2b^3-9abc+27a^2d)^2}\right)^{1/3}} - \frac{(1+i\sqrt{3})\left(-2b^3+9abc-27a^2d+\sqrt{-4(b^2-3ac)^3+(2b^3-9abc+27a^2d)^2}\right)^{1/3}}{6\,2^{1/3}a}$$

In cazul in care ecuatia este redusa la forma $x^3 + x + d = 0$ solutiile sunt simplificate, avand forma

$$x_1 = -\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{1/3}}{\left(-9d+\sqrt{3}\sqrt{4+27d^2}\right)^{1/3}} + \frac{\left(-9d+\sqrt{3}\sqrt{4+27d^2}\right)^{1/3}}{2^{1/3}3^{2/3}}$$

$$x_2 = \frac{1+i\sqrt{3}}{2^{2/3}3^{1/3}\left(-9d+\sqrt{3}\sqrt{4+27d^2}\right)^{1/3}} - \frac{(1-i\sqrt{3})\left(-9d+\sqrt{3}\sqrt{4+27d^2}\right)^{1/3}}{2\,2^{1/3}3^{2/3}}$$

$$x_3 = \frac{1-i\sqrt{3}}{2^{2/3}3^{1/3}\left(-9d+\sqrt{3}\sqrt{4+27d^2}\right)^{1/3}} - \frac{(1+i\sqrt{3})\left(-9d+\sqrt{3}\sqrt{4+27d^2}\right)^{1/3}}{2\,2^{1/3}3^{2/3}}$$

Daca d este egal cu 2, atunci avem: $\{\{x \to -1\},\{x \to 0.5 + 1.32i\},\{x \to 0.5 - 1.32i\}\}$.

Urmatoarea implementare in Fortran calculeaza radacina reala pentru ecuatia $x^3 + x + d = 0$ dupa formula de mai sus,

$$x_1 = -\frac{(\frac{2}{3})^{1/3}}{(-9d+\sqrt{3}\sqrt{4+27d^2})^{1/3}} + \frac{(-9d+\sqrt{3}\sqrt{4+27d^2})^{1/3}}{2^{1/3}3^{2/3}}$$

```
PROGRAM  Ecuatiegradultrei
  IMPLICIT  NONE
  REAL  :: radical,d, interiorradical,x,power
  REAL  :: aux1,aux2,solutia
  WRITE(*,*) 'Programul rezolva ecuatia algerica de gradul trei!'
  WRITE(*,*) 'x^3+x+d=0'
  WRITE(*,*)  'd:='
  READ(*,*)  d
  interiorradical=d*d*27+4
  radical=SQRT(interiorradical)
  write(*,*) 'radical', radical
  x=2./3.
  power=1./3.
  aux1=x**power
  aux2=-9*d+SQRT(3.)*radical
  if (aux2>0) then
  aux2=aux2**(1./3.)
  end if
  if (aux2<0) then
  aux2=(-1)*ABS(aux2)**(1./3.)
  end if
  solutia=((-1)*aux1)/(aux2)+aux2/((2**(1./3.))*(3**(2./3.)))
  WRITE(*,*) 'Solutia reala a ecuatiei este: x1=', solutia
```

END PROGRAM Ecuatiegradultrei

Probleme propuse:

1) Sa se scrie un program Fortran care sa determine si solutiile complexe x_2 si x_3.

2) Sa se determine intervalul variabilei *d* astfel incat solutia numerica x_1 este inclusa intr-un interval de spatiere citit de la tastatura, [u,v].

3) Sa se determine solutiile numerice pentru urmatoarea ecuatie algebrica de gradul trei, $d + x^2 + x^3 = 0$. Se va tine seama de urmatoarea reprezentare a solutiilor:

$$\{x \to -\frac{1}{3} - \frac{2^{1/3}(-1+3a)}{3(-29+9a+3\sqrt{3}\sqrt{31-18a-a^2+4a^3})^{1/3}} + \frac{(-29+9a+3\sqrt{3}\sqrt{31-18a-a^2+4a^3})^{1/3}}{32^{1/3}}\}$$

$$\{x \to -\frac{1}{3} + \frac{(1+i\sqrt{3})(-1+3a)}{32^{2/3}(-29+9a+3\sqrt{3}\sqrt{31-18a-a^2+4a^3})^{1/3}} - \frac{(1-i\sqrt{3})(-29+9a+3\sqrt{3}\sqrt{31-18a-a^2+4a^3})^{1/3}}{62^{1/3}}\}$$

$$\{x \to -\frac{1}{3} + \frac{(1-i\sqrt{3})(-1+3a)}{32^{2/3}(-29+9a+3\sqrt{3}\sqrt{31-18a-a^2+4a^3})^{1/3}} - \frac{(1+i\sqrt{3})(-29+9a+3\sqrt{3}\sqrt{31-18a-a^2+4a^3})^{1/3}}{62^{1/3}}\}$$

4) In mod similar se va efectua cerinta anterioara pentru ecuatia $1 + bx + ax^2 + x^3 = 0$, care are urmatoarele solutii analitice:

$$\{x \to -\frac{a}{3} - \frac{2^{1/3}(-a^2+3b)}{3(-27-2a^3+9ab+3\sqrt{3}\sqrt{27+4a^3-18ab-a^2b^2+4b^3})^{1/3}} + \frac{(-27-2a^3+9ab+3\sqrt{3}\sqrt{27+4a^3-18ab-a^2b^2+4b^3})^{1/3}}{32^{1/3}}\}$$

$$\{x \to -\frac{a}{3} + \frac{(1+i\sqrt{3})(-a^2+3b)}{32^{2/3}(-27-2a^3+9ab+3\sqrt{3}\sqrt{27+4a^3-18ab-a^2b^2+4b^3})^{1/3}} - \frac{(1-i\sqrt{3})(-27-2a^3+9ab+3\sqrt{3}\sqrt{27+4a^3-18ab-a^2b^2+4b^3})^{1/3}}{62^{1/3}}\}$$

$$\{x \to -\frac{a}{3} + \frac{(1 - i\sqrt{3})(-a^2 + 3b)}{32^{2/3}(-27 - 2a^3 + 9ab + 3\sqrt{3}\sqrt{27 + 4a^3 - 18ab - a^2b^2 + 4b^3})^{1/3}} - \frac{(1 + i\sqrt{3})(-27 - 2a^3 + 9ab + 3\sqrt{3}\sqrt{27 + 4a^3 - 18ab - a^2b^2 + 4b^3})^{1/3}}{62^{1/3}}\}$$

Laborator 3 - Limbaje de programare II – Rezolvarea ecuatiilor algebrice de grad superior prin metoda tangentei (Newton-Rhapson)

Probleme rezolvate:

1) Se considera teoria analitica din cadrul laboratorului precedent. O ecuatie de gradul trei de forma $a\,x^3 + b\,x^2 + c\,x + d = 0$ are urmatoarele solutii analitice:

$$x_1 = -\frac{b}{3a} - \frac{2^{1/3}(-b^2+3ac)}{3a\left(-2b^3+9abc-27a^2d+\sqrt{-4(b^2-3ac)^3+(2b^3-9abc+27a^2d)^2}\right)^{1/3}} + \frac{\left(-2b^3+9abc-27a^2d+\sqrt{-4(b^2-3ac)^3+(2b^3-9abc+27a^2d)^2}\right)^{1/3}}{3\,2^{1/3}a}$$

$$x_2 = -\frac{b}{3a} + \frac{(1+i\sqrt{3})(-b^2+3ac)}{3\,2^{2/3}a\left(-2b^3+9abc-27a^2d+\sqrt{-4(b^2-3ac)^3+(2b^3-9abc+27a^2d)^2}\right)^{1/3}} - \frac{(1-i\sqrt{3})\left(-2b^3+9abc-27a^2d+\sqrt{-4(b^2-3ac)^3+(2b^3-9abc+27a^2d)^2}\right)^{1/3}}{6\,2^{1/3}a}$$

$$x_3 = -\frac{b}{3a} + \frac{(1-i\sqrt{3})(-b^2+3ac)}{3\,2^{2/3}a\left(-2b^3+9abc-27a^2d+\sqrt{-4(b^2-3ac)^3+(2b^3-9abc+27a^2d)^2}\right)^{1/3}} - \frac{(1+i\sqrt{3})\left(-2b^3+9abc-27a^2d+\sqrt{-4(b^2-3ac)^3+(2b^3-9abc+27a^2d)^2}\right)^{1/3}}{6\,2^{1/3}a}$$

In cazul in care ecuatia este redusa la expresia $x^3 + x + d = 0$ solutiile sunt simplificate, avand forma

$$x_1 = -\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{1/3}}{\left(-9d+\sqrt{3}\sqrt{4+27d^2}\right)^{1/3}} + \frac{\left(-9d+\sqrt{3}\sqrt{4+27d^2}\right)^{1/3}}{2^{1/3}3^{2/3}}$$

$$x_2 = \frac{1+i\sqrt{3}}{2^{2/3}3^{1/3}\left(-9d+\sqrt{3}\sqrt{4+27d^2}\right)^{1/3}} - \frac{(1-i\sqrt{3})\left(-9d+\sqrt{3}\sqrt{4+27d^2}\right)^{1/3}}{2\,2^{1/3}3^{2/3}}$$

$$x_3 = \frac{1-i\sqrt{3}}{2^{2/3}3^{1/3}\left(-9d+\sqrt{3}\sqrt{4+27d^2}\right)^{1/3}} - \frac{(1+i\sqrt{3})\left(-9d+\sqrt{3}\sqrt{4+27d^2}\right)^{1/3}}{2\,2^{1/3}3^{2/3}}$$

Daca d este egal cu 2, atunci avem: $\{\{x \to -1\}, \{x \to 0.5 + 1.32i\}, \{x \to 0.5 - 1.32i\}\}$.

Urmatoarea implementare in Fortran calculeaza radacina reala pentru ecuatia $x^3 + x + d = 0$ dupa formula de mai sus,

$$x_1 = -\frac{(\frac{2}{3})^{1/3}}{(-9d+\sqrt{3}\sqrt{4+27d^2})^{1/3}} + \frac{(-9d+\sqrt{3}\sqrt{4+27d^2})^{1/3}}{2^{1/3}3^{2/3}}$$

Metoda Newton-Rhapson de rezolvare a unei ecuatii algebrice $f(x) = 0$ implica gasirea limitei sirului urmator:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

unde $f'(x_n)$ este derivata functiei $f(x_n)$, iar x_0 este o aproximatie a solutiei numerice de inceput. Urmatorul program calculeaza aceasta solutie pentru ecuatia $f(x) = x^3 + x + d = 0$, care are derivata $f'(x) = 3x^2 + 1$, si o compara cu solutia analitica determinata prin folosirea formulei respective prezentate anterior.

```
PROGRAM  Ecuatiegradultrei

  IMPLICIT  NONE

  REAL  :: radical,d, interiorradical,x,power

  REAL  :: aux1,aux2,solutia

  INTEGER :: i,n,j

  WRITE(*,*) 'Programul rezolva ecuatia algerica prin metoda Newton-Rhapson!'

  WRITE(*,*) 'x^3+x+d=0'

  WRITE(*,*)  'd:='

  READ(*,*)  d

  WRITE(*,*)  'Numar de pasi n:='

  READ(*,*)  n

  solutia=0.3

  do i=1,n

      solutia=solutia-(solutia*solutia*solutia+solutia+d)/(3.*solutia*solutia+solutia)

  end do

  WRITE(*,*) 'Solutia numerica este:=', solutia

  solutia=0
```

```
interiorradical=d*d*27+4

radical=SQRT(interiorradical)

x=2./3.

power=1./3.

aux1=x**power

aux2=-9*d+SQRT(3.)*radical

if (aux2>0) then

aux2=aux2**(1./3.)

end if

if (aux2<0) then

aux2=(-1)*ABS(aux2)**(1./3.)

end if

solutia=((-1)*aux1)/(aux2)+aux2/((2**(1./3.))*(3**(2./3.)))

WRITE(*,*) 'Solutia analitica reala a ecuatiei este: x1=', solutia

END PROGRAM  Ecuatiegradultrei
```

Probleme propuse:

1) Sa se determine solutia numerica reala pentru urmatoarea ecuatie algebrica de gradul trei, $d + x^2 + x^3 = 0$. Se va tine seama de urmatoarea reprezentare a solutiilor analitice:

$$\{x \to -\frac{1}{3} - \frac{2^{1/3}(-1+3a)}{3(-29+9a+3\sqrt{3}\sqrt{31-18a-a^2+4a^3})^{1/3}} + \frac{(-29+9a+3\sqrt{3}\sqrt{31-18a-a^2+4a^3})^{1/3}}{3\,2^{1/3}}\}$$

$$\{x \to -\frac{1}{3} + \frac{(1+i\sqrt{3})(-1+3a)}{3\,2^{2/3}(-29+9a+3\sqrt{3}\sqrt{31-18a-a^2+4a^3})^{1/3}} - \frac{(1-i\sqrt{3})(-29+9a+3\sqrt{3}\sqrt{31-18a-a^2+4a^3})^{1/3}}{6\,2^{1/3}}\}$$

$$\{x \to -\frac{1}{3} + \frac{(1 - i\sqrt{3})(-1 + 3a)}{3 2^{2/3}(-29 + 9a + 3\sqrt{3}\sqrt{31 - 18a - a^2 + 4a^3})^{1/3}} - \frac{(1 + i\sqrt{3})(-29 + 9a + 3\sqrt{3}\sqrt{31 - 18a - a^2 + 4a^3})^{1/3}}{6 2^{1/3}}\}$$

2) In mod similar se va efectua cerinta anterioara pentru ecuatia $1 + bx + ax^2 + x^3 = 0$, care are urmatoarele solutii analitice:

$$\{x \to -\frac{a}{3} - \frac{2^{1/3}(-a^2 + 3b)}{3(-27 - 2a^3 + 9ab + 3\sqrt{3}\sqrt{27 + 4a^3 - 18ab - a^2b^2 + 4b^3})^{1/3}} + \frac{(-27 - 2a^3 + 9ab + 3\sqrt{3}\sqrt{27 + 4a^3 - 18ab - a^2b^2 + 4b^3})^{1/3}}{3 2^{1/3}}\}$$

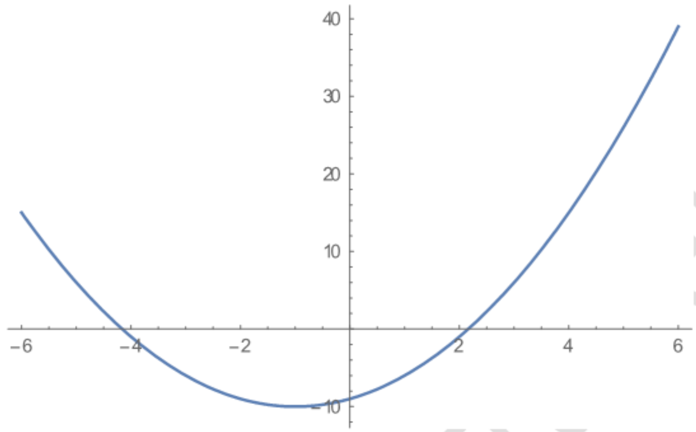
$$\{x \to -\frac{a}{3} + \frac{(1 + i\sqrt{3})(-a^2 + 3b)}{3 2^{2/3}(-27 - 2a^3 + 9ab + 3\sqrt{3}\sqrt{27 + 4a^3 - 18ab - a^2b^2 + 4b^3})^{1/3}} - \frac{(1 - i\sqrt{3})(-27 - 2a^3 + 9ab + 3\sqrt{3}\sqrt{27 + 4a^3 - 18ab - a^2b^2 + 4b^3})^{1/3}}{6 2^{1/3}}\}$$

$$\{x \to -\frac{a}{3} + \frac{(1 - i\sqrt{3})(-a^2 + 3b)}{3 2^{2/3}(-27 - 2a^3 + 9ab + 3\sqrt{3}\sqrt{27 + 4a^3 - 18ab - a^2b^2 + 4b^3})^{1/3}} - \frac{(1 + i\sqrt{3})(-27 - 2a^3 + 9ab + 3\sqrt{3}\sqrt{27 + 4a^3 - 18ab - a^2b^2 + 4b^3})^{1/3}}{6 2^{1/3}}\}$$

Laborator 4 - Limbaje de programare II – Analiza numerica o functiilor reale

Probleme rezolvate:

1) Se considera functia $f(x) = a\,x^2 + b\,x + c$. Urmatorul program determina prima solutie asociata cu ecuatia $f(x) = 0$. O reprezentare a acestei functii este urmatoarea (a=1, b=2, c=-9):




```
PROGRAM pro
  IMPLICIT  NONE
  REAL  :: a, b, c, delta, radacina1, radacina2, toleranta,func, minim,xcurent,bin, maxim
  INTEGER ::n,i,j
  INTEGER  :: primasolutiegasita
  WRITE(*,*) 'Programul analizeaza functia f = a x ^ 2 + b x + c'
  WRITE(*,*)  'a:='
  READ(*,*)  a
  WRITE(*,*)  'b:='
  READ(*,*)  b
  WRITE(*,*)  'c:='
  READ(*,*)  c
  delta = b*b - 4.0*a*c
```

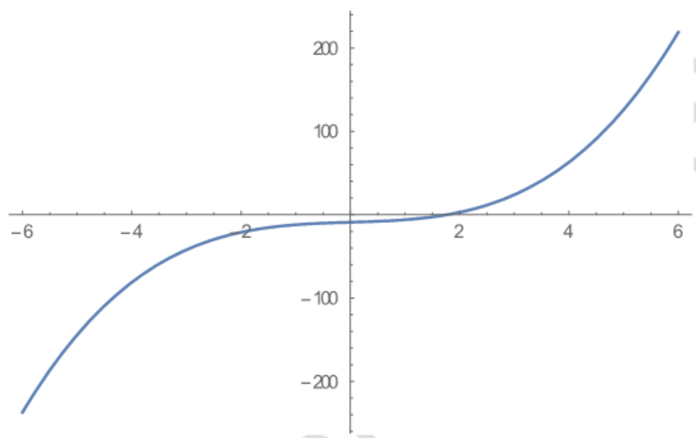
```
  IF (delta >= 0.0) THEN
    delta=SQRT(delta)
    radacina1=(-b+delta)/(2.0*a)
    radacina2=(-b-delta)/(2.0*a)
    WRITE(*,*)  'Radacinile reale sunt ', radacina1, ' si ', radacina2
  END IF
  WRITE(*,*)  'prezitia(de exemplu 0.1):='
  READ(*,*)  toleranta
  WRITE(*,*)  'numarul de pasi n ( de ordinul ~1000 ):='
  READ(*,*)  n
  WRITE(*,*)  'minimul intervalului de cautare min:='
  READ(*,*)  minim
  bin=0.01
  primasolutiegasita=1
  DO i=1,n
   xcurent=minim+(i-1)*bin
   func=a*xcurent*xcurent+b*xcurent+c
   IF(func<toleranta) THEN
      IF (primasolutiegasita==1) THEN
      WRITE(*,*) 'Solutia este:=', xcurent
      primasolutiegasita=0
      END IF
   END IF
  END DO
END PROGRAM pro
```

Problem propuse:

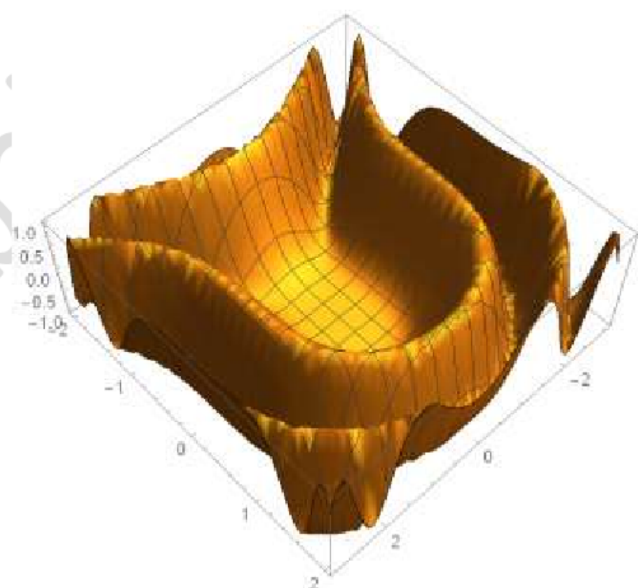
1) Sa se modifice programul anterior astfel incat sa se determine si a doua solutie numerica.

2) Sa se adapteze programul astfel incat sa se poata determina si proprietatile de monotonie asociate functiei de inceput, respectiv intervalele unde functia este crescatoare sau descrescatoare.

3) Sa se determine proprietatile de monotonie, precum si radacina pentru ecuatia $ax^3 + b * x + c = 0$, daca a = 1, b = 2, c = -9. Graficul functiei in acest caz este cel de mai jos.



4) Sa se realizeze generalizarea acestor metode si pentru functii bidimensionale. De exemplu pentru functia Cos$[x^2 + y^3 + 3]$ avem urmatoarea reprezentare bidimensionala.



Laborator 5 - Limbaje de programare II – vectori si matrice

Probleme rezolvate:

1) Urmatorul program citeste de la tastatura si afiseaza un vector unidimensional si o matrice bidimensionala:

```
program vectorimatrice

real :: numere(500)

integer :: matrice(30,30), i , j, n, m, nr1

print *,'Citire vector'

print *, 'Numar de elemente:='

read(*,*) nr1

do i=1,nr1

   print *, 'Citire element ',i,' :='

   read(*,*)  numere(i)

end do


do i = 1, nr1

Print *, numere(i)

end do


print *,'Citire matrice'

print *, 'Numar de linii:='

read(*,*) n

print *, 'Numar de coloane:='

read(*,*) m
```

```
do i=1,n

do j = 1,m

print *, 'Citire element ',i,' ',j,':='

read(*,*) matrice(i,j)

end do

end do


print *,'Afisare matrice'

do i=1,n

do j = 1, m

Print *, matrice(i,j)

end do

end do

end program vectorimatrice
```

Probleme propuse:

1) Determinati suma tuturor elementelor din vectorul unidimensional si din matricea bidimensionala citita de la tastatura.

2) Determinati daca vectorul citit este palindrom si afisati un mesaj corespunzator in caz afirmativ.

3) Determinati daca matricea introdusa de utilizator este sub forma diagonala.

4) Determinati daca matricea introdusa de utilizator este simetrica, caz in care afisati un mesaj corespunzator la consola.

Laborator 6 - Limbaje de programare II – analiza vectorilor si matricelor

Probleme rezolvate:

1) Urmatorul program din cadrul laboratorului precedent citeste de la tastatura si afiseaza un vector unidimensional si o matrice bidimensionala:

```
program vectorimatrice

real :: numere(500)

integer :: matrice(30,30), i , j, n, m, nr1

print *,'Citire vector'

print *, 'Numar de elemente:='

read(*,*) nr1

do i=1,nr1

   print *, 'Citire element ',i,' :='

   read(*,*)  numere(i)

end do


do i = 1, nr1

Print *, numere(i)

end do


print *,'Citire matrice'

print *, 'Numar de linii:='

read(*,*) n

print *, 'Numar de coloane:='

read(*,*) m
```

```
do i=1,n
do j = 1,m
print *, 'Citire element ',i,' ',j,':='
read(*,*) matrice(i,j)
end do
end do

print *,'Afisare matrice'
do i=1,n
do j = 1, m
Print *, matrice(i,j)
end do
end do
end program vectorimatrice
```

2) Urmatorul program afiseaza numerele pare, respective numerele impare dintr-un vector unidimensional:

```
program analiza
integer :: vectori(1000)
integer :: i, nr1

print *,'Citire vector'
print *, 'Numar de elemente:='
read(*,*) nr1
```

```
do i=1,nr1
   print *, 'elementul ',i,' :='
   read(*,*)  vectori(i)
end do

do i=1,nr1
   print *, vectori(i)
end do



print *, 'Afisarea numerelor pare din vector!'
do i = 1, nr1
   if(mod(vectori(i),2)==0) then
   Print *, vectori(i)
   endif
end do



print *, 'Afisarea numerelor impare din vector!'
do i = 1, nr1
   if(mod(vectori(i),2)/=0) then
   Print *, vectori(i)
   endif
end do
```

```
print *, 'Afisarea numerelor impare din vector, versiunea doi!'
do i = 1, nr1
   if(mod(vectori(i),2).ne.0) then
   Print *, vectori(i)
   endif
end do
end program analiza
```

Probleme propuse:

1) Determinati toate elementele din vector care sunt prime, respectiv neprime intre ele.

2) Determinati toate elementele din vector care au cel mult trei divizori.

3) Determinati toate elementele din vector pentru care suma divizorilor este egala cu o valoare citita de la tastatura.

4) Generalizati programul anterior pentru cazul unei matrice patratice si simetrice.

5) Sa se gaseasca cel mai mare divizor comun, respectiv cel mai mic multiplu comun pentru un vector si o matrice patratica, citite de la tastatura.

Laborator 7 - Limbaje de programare II – Metoda Euler de rezolvare a unei ecuatii diferentiale

Se considera o ecuatie diferentiala de ordinul I, avand forma urmatoare:

$$y' = \frac{dy(t)}{dt} = f(y(t), t).$$

Metoda Euler implica aproximarea derivatei de ordinul I ca o diferenta finita, folosind relatia urmatoare:

$$y' = \frac{dy(t)}{dt} \cong \frac{y(t+\delta t) - y(t)}{t + \delta t - t}.$$

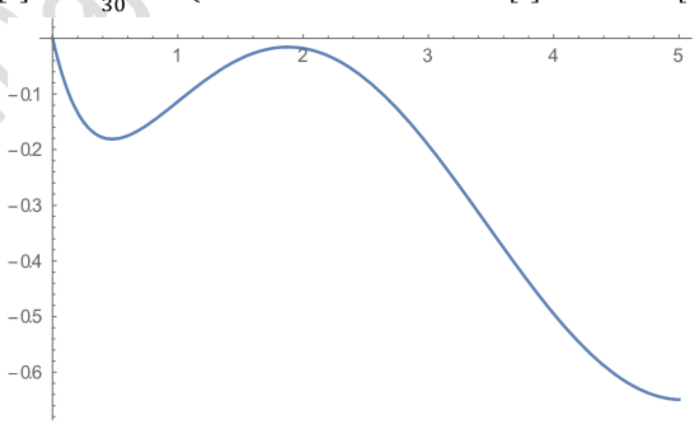
Astfel se poate obtine o relatie intre solutia la momentul $t+\delta t$, $y(t+\delta t)$ si solutia anterioara, la momentul t, $y(t)$. Aplicarea numerica a metodei Euler de rezolvare a ecuatiilor diferentiale de ordinul I cu o anumita conditie initiala implica urmatoarele etape:

- discretizarea axei t intr-un numar finit de puncte echidistante intr-un interval [a,b], $x_1 = a, x_2 = x_1 + h, \dots, x_n = b$, unde h este pasul de discretizare al intervalului [a,b];
- determinarea solutiei initiale, $y(x_1) = y_1$;
- determinarea solutiei numerice la fiecare punct x_i, folosind relatia de recurenta
$$y_{n+1} = y_n + h\, f(y_n, x_n);$$
- afisarea solutiei numerice obtinute si comparatia cu solutia exacta daca este cazul.

Exemple:

1) Ecuatia diferentiala $y'[t] + 3y[t] + 1 = \mathrm{Sin}[t]$cu conditia initiala y[0]=0 are solutia exacta

$$\{y[t] \to -\frac{1}{30} e^{-3t}(-13 + 10e^{3t} + 3e^{3t}\mathrm{Cos}[t] - 9e^{3t}\mathrm{Sin}[t])\}$$



La momentul t=5 solutia analitica exacta are valoarea egala cu y[5]= -0.649.

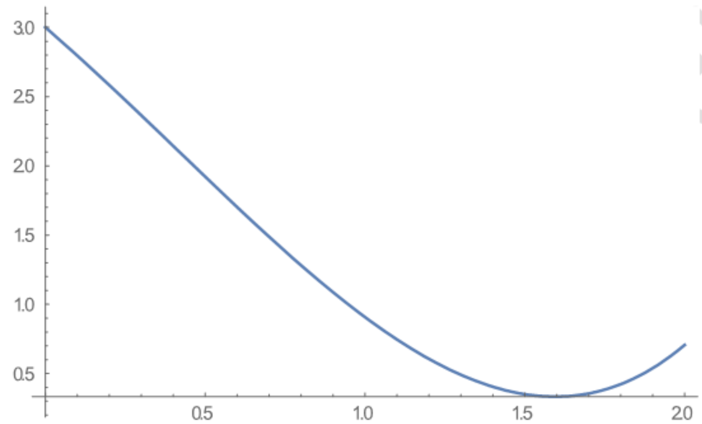
```
program metodaeuler
integer:: n,i,j
real:: a,b,h,ya,t,y,variatie
write(*,*)'a:='
read(*,*)a
write(*,*)'y(a):='
read(*,*)ya
write(*,*)'b:='
read(*,*)b
write(*,*)'numarul de pasi n:='
read(*,*)n
h=abs(a-b)/real(n)
write(*,*)'pasul de integrare este h:=',h
t=a
y=ya
DO j=1,n
variatie=h*g(y,t)
t=t+h
y=y+variatie
write(*,*)j,t,y
END DO
end program metodaeuler

real function g(y,t)
implicit none
```

```
real:: t,y
g=Sin(t)-1-3*y
end function
```

2) Ecuatia diferentiala $y'[x]-y[x]+2=-3\mathrm{Cos}[x]+x$ are solutia analitica

$$e^{x}C[1]+\frac{1}{2}(2-2x+3\mathrm{Cos}[x]-3\mathrm{Sin}[x]).$$

La momentul initial, daca $C[1]\to 0.5$ atunci avem: y[0]=3, iar y[2]=0.70.




```
program metodaeuler
integer:: n,i,j
real:: a,b,h,ya,t,y,variatie
write(*,*)'a:='
read(*,*)a
write(*,*)'y(a):='
read(*,*)ya
write(*,*)'b:='
read(*,*)b
write(*,*)'numarul de pasi n:='
read(*,*)n
h=abs(a-b)/real(n)
```

```
write(*,*)'pasul de integrare este h:=',h

t=a

y=ya

DO j=1,n

variatie=h*g(y,t)

t=t+h

y=y+variatie

write(*,*) j,t,y

END DO

end program metodaeuler


real function g(y,t)

implicit none

real:: t,y

g=t-3*cos(t)-2+y

end function
```

Probleme propuse:

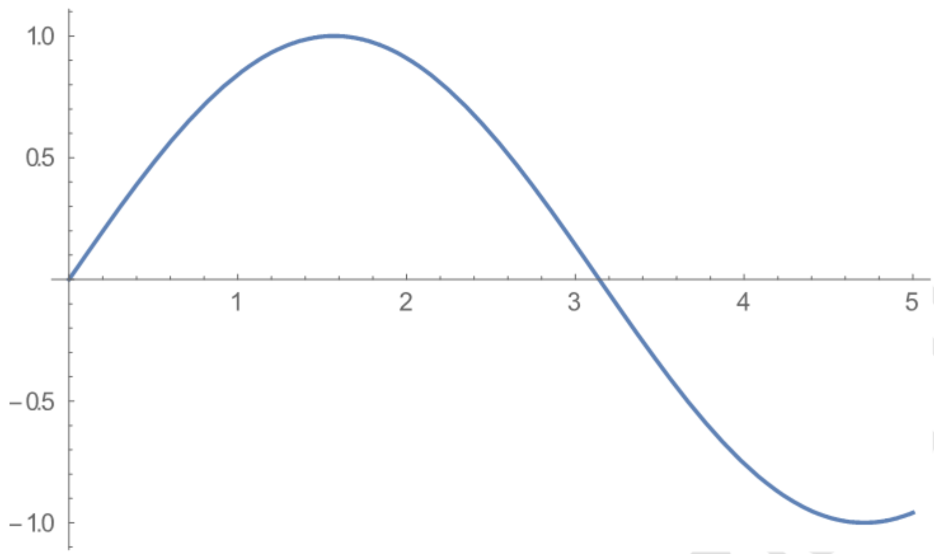
1) Realizati compilarea si executarea programelor prezentate anterior.

2) Analizati solutiile numerice ale acestui program pentru ecuatii diferentiale care pot fi rezolvate analitic.

De exemplu, pentru ecuatia diferentiala $y'[t] + y[t] = \mathrm{Sin}[t] + \mathrm{Cos}[t], y[0] = 0$, avem solutia $\{y[t] \to \mathrm{Sin}[t]\}$, fiind reprezentata in graficul de mai jos ($y[5] = -0.95$).

3) Realizati salvarea solutiilor pentru fiecare iteratie intr-un vector care va fi mai apoi afisat pe ecran.

4) Rescrieti programul de mai sus prin metode iterative simple, fara folosirea functiilor suplimentare.


1.0
0.5
−0.5
−1.0
1
2
3
4
5

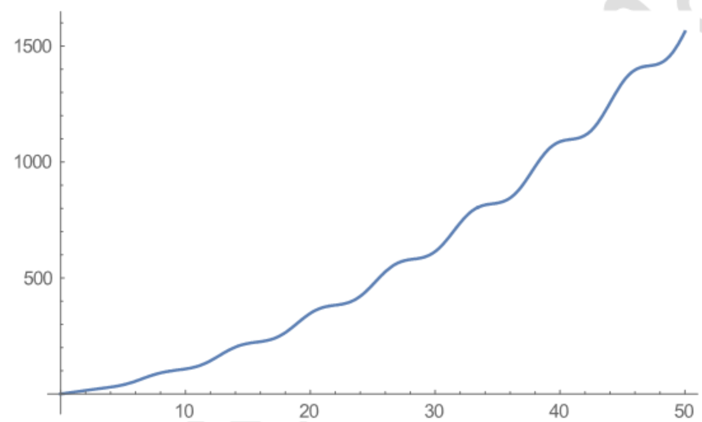
Laborator 8 - Limbaje de programare II – Metoda Euler de rezolvare a unei ecuatii diferentiale – metode de tip “fine-tuning”

Probleme rezolvate:

1) Ecuatia diferentiala $y'[t] = 7 + t + t\mathrm{Cos}[t] - \mathrm{Sin}[t]^2$ cu conditia initiala y[0]=0 are solutia exacta

$$\left\{y[t] \to \frac{1}{4}(-4 + 26t + 2t^2 + 4\mathrm{Cos}[t] + 4t\mathrm{Sin}[t] + \mathrm{Sin}[2t])\right\}$$

La momentul t=50 solutia analitica exacta are valoarea egala cu y[50]=1561.72.

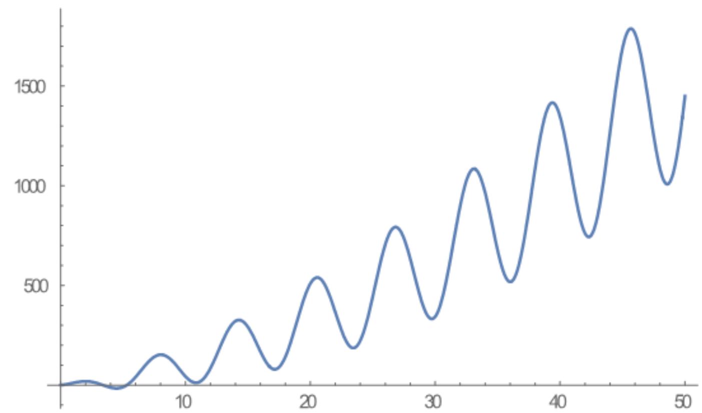



```
program metodaeuler

integer:: n,i,j

real:: a,b,h,ya,t,y,variatie

write(*,*)'a:='

read(*,*)a

write(*,*)'y(a):='

read(*,*)ya

write(*,*)'b:='

read(*,*)b

write(*,*)'numarul de pasi n:='
```

```
read(*,*)n

h=abs(a-b)/real(n)

write(*,*)'pasul de integrare este h:=',h

t=a

y=ya

DO j=1,n

variatie=h*g(y,t)

t=t+h

y=y+variatie

write(*,*)j,t,y

END DO

end program metodaeuler


real function g(y,t)

implicit none

real:: t,y

g=7+t+t*cos(t)-sin(t)*sin(t)

end function
```

2) Ecuatia diferentiala $y'[t] = 7 + t + 10t\text{Cos}[t] - \text{Sin}[t]^4$ cu conditia initiala y[0]=0 are solutia analitica

$$\left\{y[t] \to \frac{1}{32}\left(-320 + 212t + 16t^2 + 320\text{Cos}[t] + 320t\text{Sin}[t] + 8\text{Sin}[2t] - \text{Sin}[4t]\right)\right\}.$$



La momentul final t=50, solutia numerica are valoarea y[50]=1449.6129325632173.

```
program metodaeuler
integer:: n,i,j
real:: a,b,h,ya,t,y,variatie
write(*,*)'a:='
read(*,*)a
write(*,*)'y(a):='
read(*,*)ya
write(*,*)'b:='
read(*,*)b
write(*,*)'numarul de pasi n:='
read(*,*)n
h=abs(a-b)/real(n)
write(*,*)'pasul de integrare este h:=',h
t=a
y=ya
DO j=1,n
variatie=h*g(y,t)
```

```
t=t+h

y=y+variatie

write(*,*)j,t,y

END DO

end program metodaeuler


real function g(y,t)

implicit none

real:: t,y

g=7+t+10*t*cos(t)-sin(t)*sin(t)*sin(t)*sin(t)

end function
```

Probleme propuse:

1) Realizati compilarea si executarea programelor prezentate anterior.

2) Sa se studieze comportamentul solutiilor numerice pentru o gama larga de conditii initiale, prin variatia conditiilor initiale pe un interval [u,v].

3) Sa se determine monotonia solutiilor numerice pe intervalele de analiza.

4) Sa se determine numarul punctelor critice asociate acestor functii pe intervalele analizate.

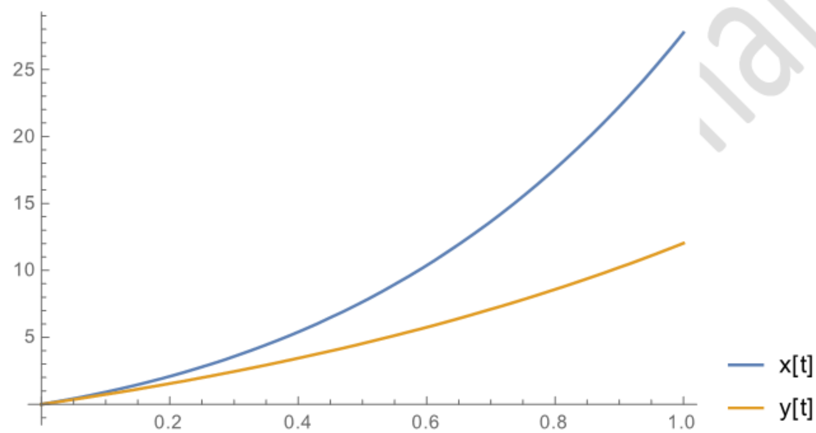
Laborator 9 - Limbaje de programare II – Metoda Euler de rezolvare a sistemelor de ecuatii diferentiale

Probleme rezolvate:

1) Sistemul de ecuatii diferentiale $x'[t] = 2y[t] + x[t] + 8, y'[t] = y[t] + 7$ cu conditiile initiale $x[0] = 0, y[0] = 0$ are urmatoarele solutii analitice:

$$\{x \to \text{Function}[\{t\},2(3 - 3e^t + 7e^t t)], y \to \text{Function}[\{t\},7(-1 + e^t)]\}$$

Graficul acestor solutii analitice este prezentat in figura de mai jos:



,

```
program metodaeuler

integer:: n,i,j

real:: a,b,h,ya,xa,t,y,x,variatiex,variatiey

write(*,*)'Introducerea intervalului de analiza [a,b]'

write(*,*)'a:='

read(*,*)a

write(*,*)'b:='

read(*,*)b

write(*,*)'numarul de pasi n:='

read(*,*)n

h=abs(a-b)/real(n)
```

```
write(*,*)'pasul de integrare este h:=',h

write(*,*)'Valorile initiale ale functiilor!'

write(*,*)'x(a):='

read(*,*)xa

write(*,*)'y(a):='

read(*,*)ya

t=a

y=ya

x=xa

DO j=1,n

variatiex=h*functiex(x,y,t)

variatiey=h*functiey(x,y,t)

t=t+h

x=x+variatiex

y=y+variatiey

write(*,*)j,t,x,y

END DO

end program metodaeuler


real function functiex(x,y,t)

implicit none

real:: t,y,x

functiex=2*y+x+8

end function
```

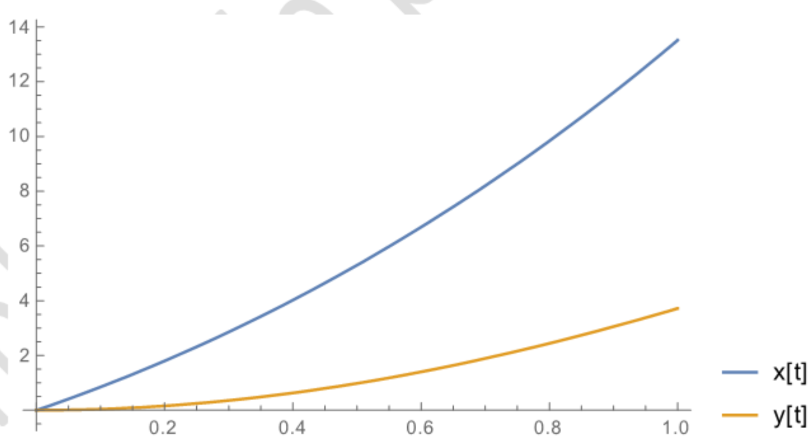
```
real function functiey(x,y,t)

implicit none

real:: t,y,x

functiey=y+7

end function
```

2) Sistemul de ecuatii diferentiale $x'[t] = 2t + x[t] + 8\text{Cos}[t], y'[t] = t + 7\text{Sin}[t]$ cu conditiile initiale $x[0] = 0, y[0] = 0$ are urmatoarele solutii analitice:

$$\{x \to \text{Function}[\{t\}, 2(-1 + 3e^t - t - 2\text{Cos}[t] + 2\text{Sin}[t])],$$

$$y \to \text{Function}[\{t\}, \frac{1}{2}(14 + t^2 - 14\text{Cos}[t])]\}$$

Graficul acestor solutii analitice este prezentat in figura de mai jos:




```
program metodaeuler

integer:: n,i,j

real:: a,b,h,ya,xa,t,y,x,variatiex,variatiey

write(*,*)'Introducerea intervalului de analiza [a,b]'
```

```
write(*,*)'a:='
read(*,*)a
write(*,*)'b:='
read(*,*)b
write(*,*)'numarul de pasi n:='
read(*,*)n
h=abs(a-b)/real(n)
write(*,*)'pasul de integrare este h:=',h
write(*,*)'Valorile initiale ale functiilor!'
write(*,*)'x(a):='
read(*,*)xa
write(*,*)'y(a):='
read(*,*)ya
t=a
y=ya
x=xa
DO j=1,n
variatiex=h*functiex(x,y,t)
variatiey=h*functiey(x,y,t)
t=t+h
x=x+variatiex
y=y+variatiey
write(*,*)j,t,x,y
END DO
end program metodaeuler
```

```
real function functiex(x,y,t)

implicit none

real:: t,y,x

functiex=2*t+x+8*cos(t)

end function



real function functiey(x,y,t)

implicit none

real:: t,y,x

functiey=t+7*sin(t)

end function
```

Probleme propuse:

1) Realizati compilarea si executarea programelor anterior prezentate.

2) Analizati solutiile acestui program pentru alte doua sisteme de ecuatii diferentiale care pot fi rezolvate analitic.

3) Determinati intr-un mod automatic monotonia functiilor x si y.

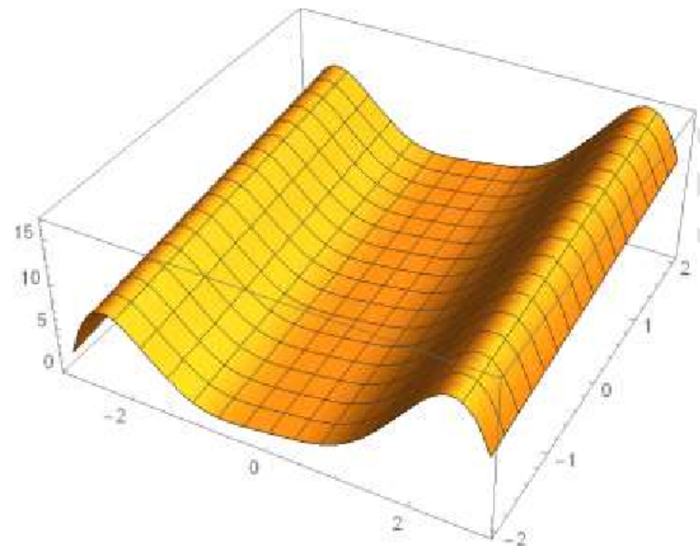
4) Prin considerarea fixata a setului de conditii initiale, determinati variatia pasului de integrare astfel incat sa se obtina o eroare de 0.001 in raport cu solutiile analitice.

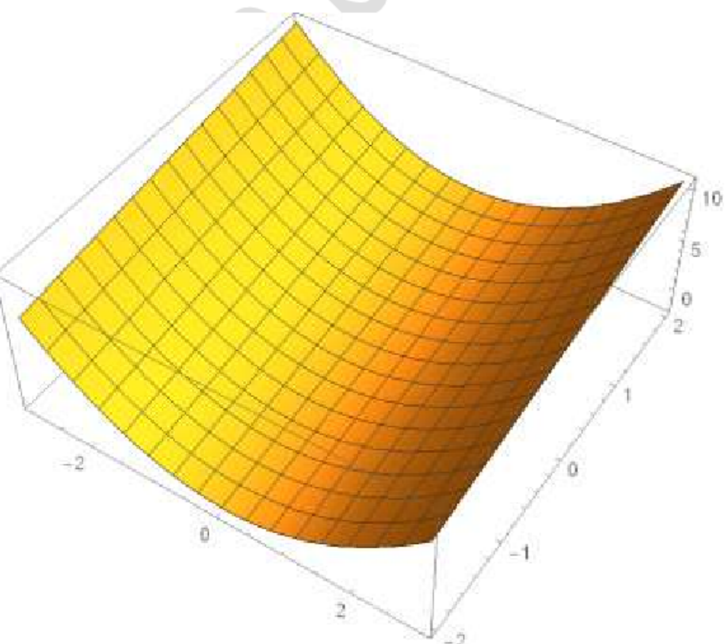
5) Considerand un pas de integrare egal cu h=0.001, sa se determine setul posibil de conditii initiale astfel incat la t=20 sa se obtina y(t=20)=4, cu o toleranta e=0.01.

Laborator 10 - Limbaje de programare II – analiza functiilor bidimensionale

Probleme rezolvate:

1) Se considera urmatoarele functii bidimensionale, $g(x, y) = x^3 \sin(x) + y + x + 3$, respectiv $f(x, y) = x^2 + y$. Graficele acestor functii sunr prezentare mai jos:





Programul rezolvat determina minimul celor doua functii prezentate, pe intervalul $\{x, -3,3\}, \{y, -2,2\}$.

```
PROGRAM pro
   REAL  :: minx, miny, maxx, maxy, binx, biny, minimf, minimg, maximf, maximg, xcurent,
ycurent
   INTEGER ::n,i,j
   WRITE(*,*) 'Programul calculeaza minimul a doua functii bidimensionale f si g'
   WRITE(*,*)  'numarul de pasi n ( de ordinul ~1000 ):='
   READ(*,*)  n
   binx=(abs(6))/real(n)
   binx=(abs(4))/real(n)
   WRITE(*,*) 'pasul hx:=', binx
   WRITE(*,*) 'pasul hy:=', biny
   minimf=functiespecificax(0,0)
   minimg=functiespecificay(0,0)
   do i = 1, n
    do j = 1, n
        xcurent=-3.+binx*(i-1)
        ycurent=-2.+biny*(j-1)
        if (functiespecificax(xcurent,ycurent)<minimf) then
            minimf=functiespecificax(xcurent,ycurent)
        end if
        if (functiespecificay(xcurent,ycurent)<minimg) then
            minimg=functiespecificax(xcurent,ycurent)
        end if
    end do
   end do
```

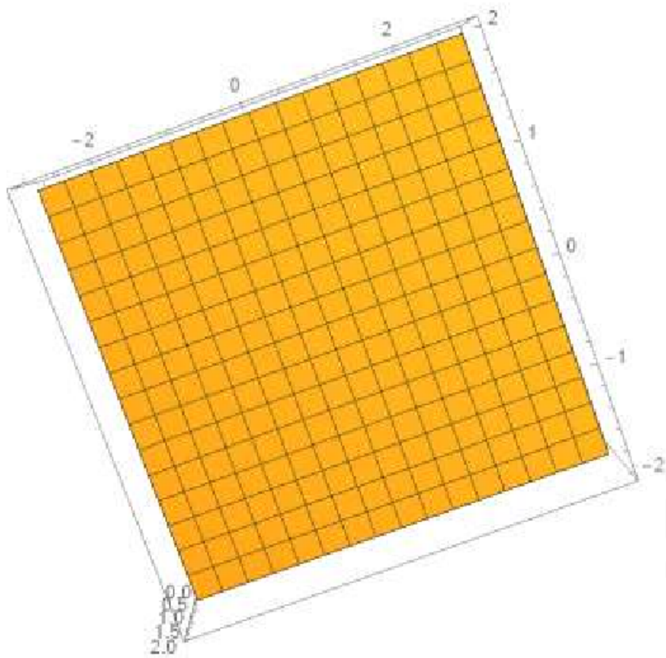
```
   write(*,*) 'Minimul functiei f este:=',minimf
   write(*,*) 'Minimul functiei g este:=',minimg
END PROGRAM pro

function functiespecificax(x,y)
implicit none
real :: functiespecificax
real :: x,y
functiespecificax=x*x*x*SIN(x)+y+x+3.
end function functiespecificax

function functiespecificay(x,y)
implicit none
real :: functiespecificay
real :: x,y
functiespecificay=x*x+y
end function functiespecificay
```

Probleme propuse:

1) Sa se determine intervalele bidimensionale din gridul format de capetele intervalului de marginire astfel incat

$$g(x,y) < f(x,y).$$

Pentru rezolvarea acestei probleme se va considera formarea unui grid marginit asa cum este prezentat mai jos, cu un interval de spatiere stabilit de catre utilizator, citit de la tastatura.

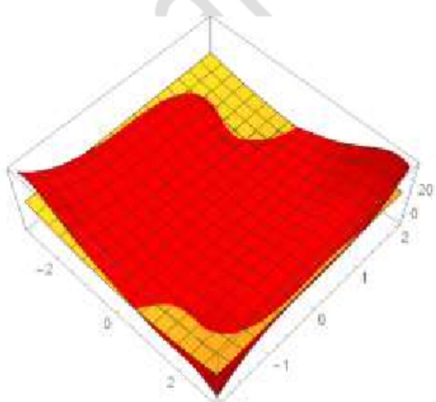


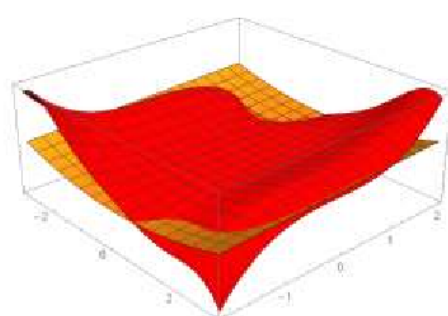
2) Sa se determine intervalele bidimensionale din gridul format de capetele intervalului de marginire astfel incat

$$g(x, y) > f(x, y).$$

Pentru rezolvarea acestei probleme se va considera formarea unui grid marginit, cu un interval de spatiere stabilit de catre utilizator, citit de la tastatura.

3) Sa se determine numeric gradul de ocupare al volumului format din diferenta celor doua functii $f(x, y) = 3 + xy^3 + x^3\text{Sin}[x]$, $g(x, y) = x^2 + y$ asa cum poate fi observat in figurile urmatoare.





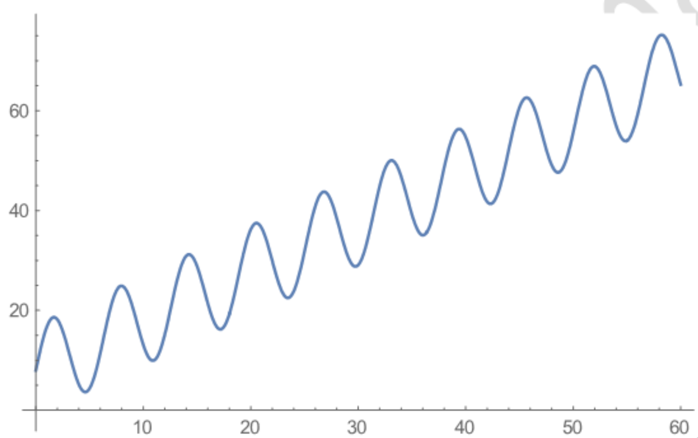
Laborator 11 - Limbaje de programare II – Metode de integrare numerica in Fortran

Probleme rezolvate:

1) Din punct de vedere analitic, integrala unei functii poate fi aproximata prin metoda trapezelor folosind urmatoarea relatie:

$$\int_a^b g(x)dx \sim \sum_{j=0}^{n} \frac{h}{2}[g(a + j * h) + g(a + (j+1)h)].$$

Spre exemplu, functia $g(x) = x + 9\,\mathrm{Sin}[x] + 8$ are comportamentul detaliat in figura de mai jos:



,

iar din punct de vedere matematic, integrala acestei functii este data de relatia: $8x + \frac{x^2}{2} - 9\mathrm{Cos}[x]$.

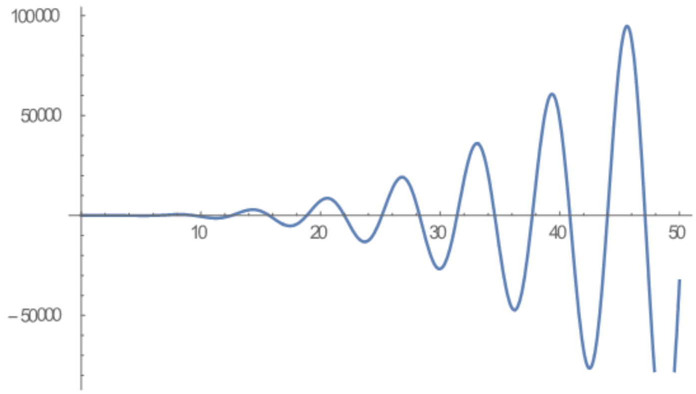
Programul Fortran de mai jos determina integrala acestei functii pe intervalul [0,60] care ar trebui sa fie egala cu 2297.5717168237466.

```
PROGRAM pro

  REAL  :: a, b, bin, suma

  INTEGER ::n,i,j

  WRITE(*,*) 'Programul calculeaza integrala unei functii unidimensionale f'

  WRITE(*,*)  'minimul intervalului:='

  READ(*,*)  a
```

```
  WRITE(*,*)  'maximul intervalului:='
  READ(*,*)  b
  WRITE(*,*)  'numarul de pasi n ( de ordinul ~1000 ):='
  READ(*,*)  n
  bin=(abs(b-a))/real(n)
  WRITE(*,*) 'pasul h:=', bin
  suma=0.
  do i = 1, n
   suma=suma+(bin/2.)*(functiespecifica(a+real(i)*bin)+functiespecifica(a+(real(i)+1.)*bin))
  end do
  write(*,*) 'Integrala este:=',suma
END PROGRAM pro


function functiespecifica(x)
implicit none
real :: functiespecifica
real :: x
functiespecifica=x+8+9*sin(x)
end function functiespecifica
```

Probleme propuse:

1) Sa se adapteze programul pentru functia $x\text{^}3\mathrm{Sin}[x] + x\mathrm{Cos}[x] + 9$ care este reprezentata in figura de mai jos; valoarea integralei pe intervalul [0,60] este egala cu 202608.



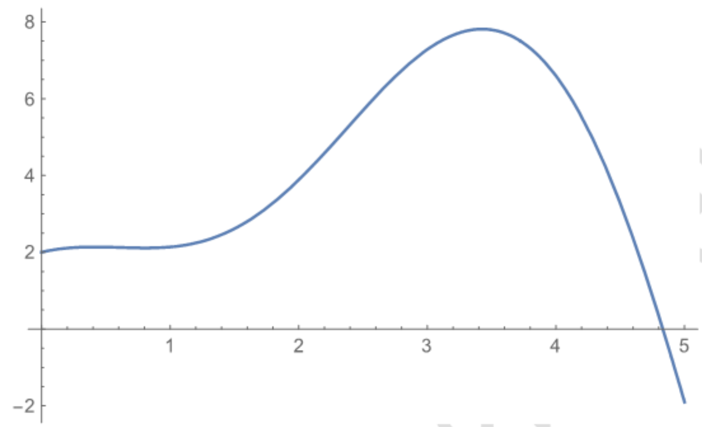
2) Sa se determine a, b, respectiv largimea intervalului [a,b], astfel incat valoarea integralei sa fie egala cu o valoare citita de la tastatura u.

3) Sa se rescrie programele de determinare a integralei numerice prin metoda simplista a dreptunghiurilor. Sa se realizeze comparatia dintre cele doua metode si sa se determine eroarea numerica in raport cu formula analitica.

Laborator 12 - Limbaje de programare II – Metode de integrare numerica in Fortran

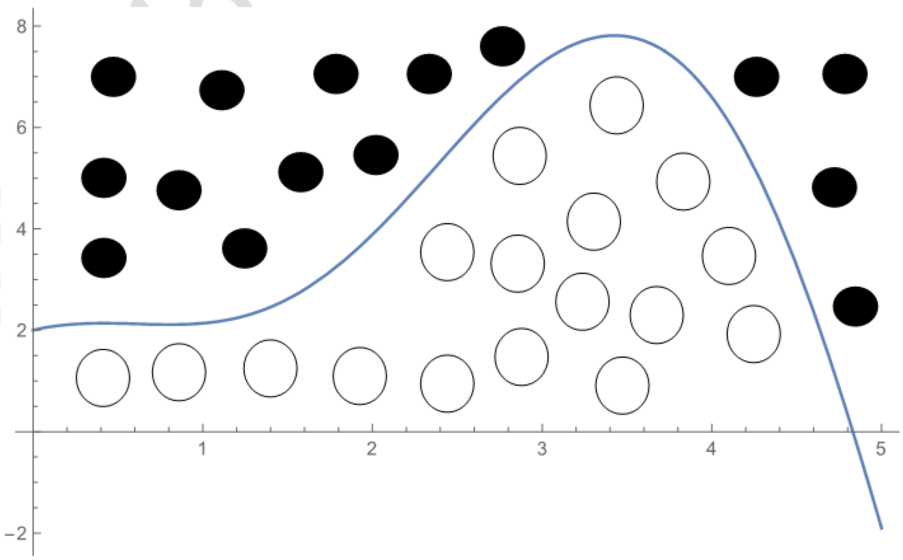
Probleme rezolvate:

1) Metoda Monte Carlo unidimensionala de determinare a integralei pentru o functie g= $\mathrm{Sin}[\mathrm{Sin}[\mathrm{Sin}[x]]] - \mathrm{Cos}[x]\mathrm{Sqrt}[x] * x + 2$, reprezentata in figura de mai jos



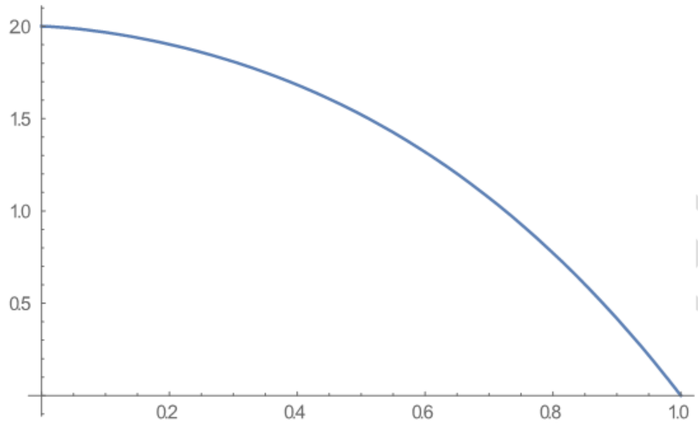
implica parcurgerea urmatoarelor etape:

- stabilirea intervalului de interes [a,b]
- generarea unui numar N de coordonate aleatoare (x_j, y_j) distribuite uniform in intervalul de marginire al functiei [a,b]; un aspect esential al metodei este dat de folosirea numerica a unui generator uniform de numere aleatoare intr-un interval;



- calcularea integralei cu formula $\int_a^b g(x)dx \sim \frac{N_{sel}}{N_{tot}} A$, unde N_{tot} este numarul total de evenimente, N_{sel} numarul de evenimente selectate care satisfac cerinta $y_j \leq g(x_j)$, iar A este aria maxima corespunzatoare acestui interval de marginire.

Spre exemplu, functia $g(x) = -x\text{^}3 - \text{Sqrt}[x] * x + 2$ are graficul afisat in figura de mai jos:



,

Integrala acestei functii pe domeniul $\{x, 0,2\}$ este egala cu 1.35.

Programul Fortran de mai jos determina integrala acestei functii pe intervalul $\{x, 0,1\}$ folosind metoda Monte-Carlo explicata anterior:

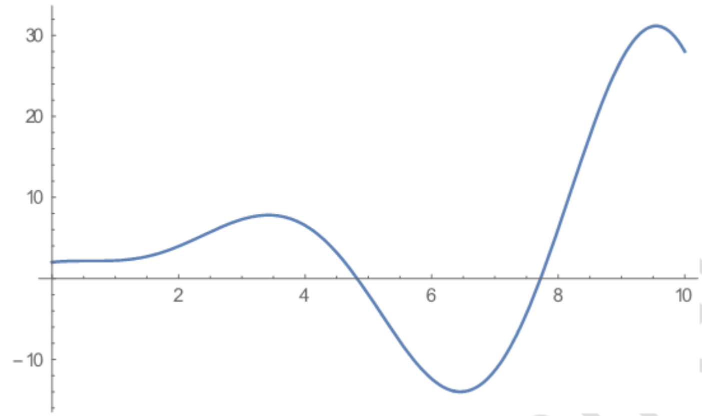
```
PROGRAM pro


  REAL  :: a, b, maxim,aux,nr, integrala

  real, dimension(100000) :: x,y

  INTEGER ::n,i,j

  WRITE(*,*) 'Programul calculeaza integrala unei functii unidimensionale f prin metoda Monte
Carlo'

  WRITE(*,*)  'minimul intervalului a:=0'

  a=0.

  WRITE(*,*)  'maximul intervalului b:=1'

  b=1.

  WRITE(*,*)  'numarul de evenimente n ( de ordinul ~100-1000 ):='
```

```
READ(*,*)  n
maxim=-999999.
!generare numere aleatoare uniform distribuite in intervalul [0,1]
!salvate in vector
call random_seed()
call random_number(x)
call random_number(y)
!x este in intervalul [0,1]
write(*,*) (x(i),i=1,n)
!determinare maxim functie pe interval
do i = 1, n
 if (functiespecifica(x(i))>maxim) then
 maxim=functiespecifica(x(i))
 end if
end do
write(*,*) 'Maximul functiei pe interval este:=', maxim
!shiftare
do i = 1, n
 aux=y(i)
 y(i)=maxim*aux
 y(i)=y(i)-0.
end do
!shiftare si distributie numere y in intervalul [a,b]
write(*,*) (y(i),i=1,n)
write(*,*) 'Maximul functiei pe interval este:=', maxim
```

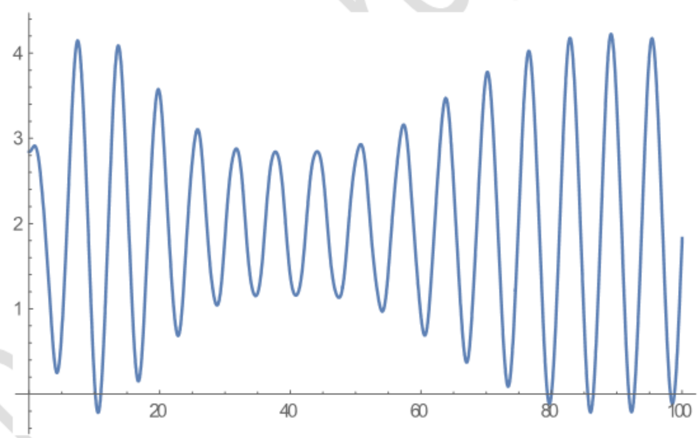
```
  nr=0.
  do i = 1, n
   if (y(i)<=functiespecifica(x(i))) then
   nr=nr+1.
   end if
  end do
  write(*,*) 'numar de evenimente selectate:=',nr
  write(*,*) 'numar de evenimente totale:=',n
  integrala=(nr/n)*maxim
  write(*,*) 'Integrala este:=',integrala
  !observatie:pentru ca algoritmul sa functioneze si pe un interval aleator [a,b]
  !trebuie ca sa se realizeze shiftarea variabilelor x
  !conform formulei:nr_aleator=nr_maxim*random_pe_intervalul[0,1]−nr_minim

END PROGRAM pro

function functiespecifica(x)
implicit none
real :: functiespecifica
real :: x
functiespecifica=(-1)*x*x*x-SQRT(x)*x+2.
end function functiespecifica
```

Probleme propuse:

1) Sa se adapteze programul pentru functia $\mathrm{Sin}[\mathrm{Sin}[x]] - \mathrm{Cos}[x]\mathrm{Sqrt}[x] * x + 2$care este reprezentata in figura de mai jos; valoarea integralei pe intervalul $\{x, 0,1\}$ este egala cu 2.13.



2) Sa se determine z=const pentru ca rezultatul integrarii functiei $z * \mathrm{Sin}[\mathrm{Sin}[x]] - \mathrm{Cos}[x]\mathrm{Sqrt}[x] * x + 2$ pe intervalul [0,1] sa fie egala cu o valoare citita de la tastatura v.



3) Sa se adapteze programul pentru functia $\mathrm{Sin}[\mathrm{Cos}[x]] - \mathrm{Sin}[x]\mathrm{Cos}[\mathrm{Sqrt}[x]] + \mathrm{Sin}[x] + 2$ care este reprezentata in figura de mai sus. Sa se compare metoda Monte Carlo cu metoda trapezelor si a dreptunghiurilor.

Laborator 13 - Limbaje de programare II – Probleme aplicate

Probleme propuse:

1) "*Pentru orice numar natural* $a_0 > 1$ *definim sirul* $a_0, a_1, .., a_n$ *prin:*

$$a_{n+1} = \begin{cases} \sqrt{a_n}, daca\ \sqrt{a_n}\ este\ intreg \\ a_n + 3, in\ caz\ contrar \end{cases}, pentru\ orice\ n \geq 0.$$

Determinati toate valorile lui a_0 *pentru care exista un numar A astfel încât* $a_n = A$ *pentru o infinitate de valori ale lui n."*(Olimpiada internationala de matematica, 2017, problema 2)

In rezolvarea numerica a acestei probleme se va tine cont de urmatoarele cerinte suplimentare:

a) Sa se reprezinte printr-o modalitate la alegere salvarea componentelor acestui sir intr-un vector unidimensional;

b) Rezolvarea problemei se va face in doua modalitati, prin folosirea functiilor, cat si prin definirea si utilizarea subrutinelor (procedurilor);

c) Se va tine seama ca din punct de vedere numeric infinitul este reprezentat de cel mai mare numar care poate fi reprezentat de tipul "integer";

d) Solutiile numerice vor fi salvate intr-un fisier pe disk.

2) *"Determinati toate tripletele de intregi strict pozitivi* (a, b, c)*, astfel incat fiecare dintre numerele*

$$ab - c, bc - a, ca - b$$

sa fie o putere a lui 2." (Olimpiada internationala de matematica, 2015, problema 2)

In rezolvarea numerica a acestei probleme se va tine cont de urmatoarele cerinte suplimentare:

a) Sa se reprezinte printr-o modalitate la alegere salvarea componentelor acestui sir de tripleti intr-o matrice tridimensionala;

b) Rezolvarea problemei se va face in doua modalitati, prin folosirea functiilor, cat si prin definirea si utilizarea subrutinelor (procedurilor);

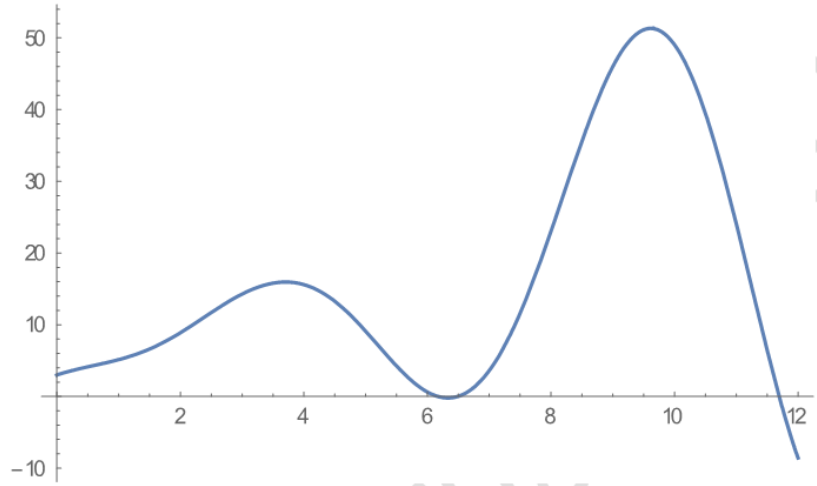
c) Se va tine seama ca din punct de vedere numeric infinitul este reprezentat de cel mai mare numar care poate fi reprezentat de tipul "integer";

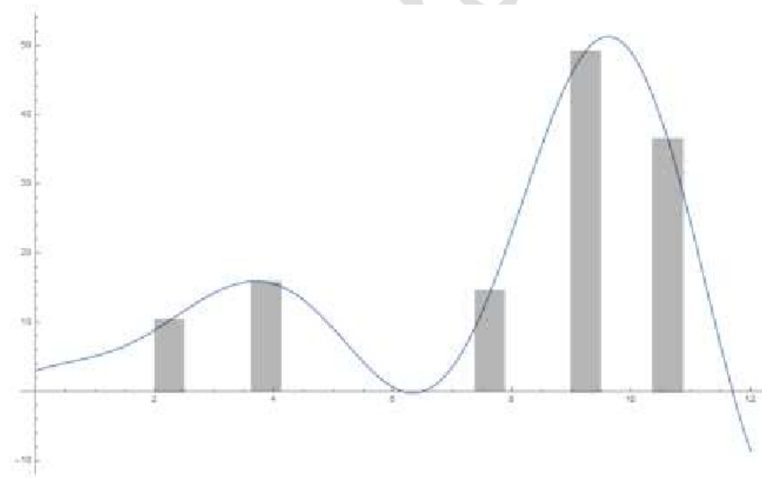
d) Solutiile numerice vor fi salvate in final intr-un fisier pe disk de tip text.

Laborator 14 - Limbaje de programare II – Integrare numerica in Fortran

Probleme rezolvate:

1) O alternativa a Metodei Monte Carlo unidimensionale de determinare a integralei pentru o functie g= $\mathrm{Sin}[\mathrm{Sin}[\mathrm{Sin}[x]]] - \mathrm{Cos}[x]\mathrm{Sqrt}[x] * x + 2 * x + 3$, reprezentata in figura de mai jos



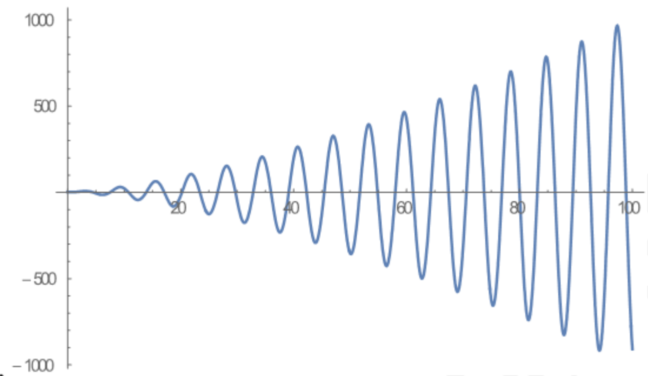


implica parcurgerea urmatoarelor etape:

- stabilirea intervalului de interes [a,b]
- generarea unui numar N de coordonate aleatoare (x_j) distribuite uniform in intervalul de marginire al functiei [a,b];

- calcularea integralei cu formula $\int_a^b g(x)dx \sim 1/N \sum_{i=1}^{N} g(x_i)\,(b-a)$

Spre exemplu, functia $g(x) = x\mathrm{Sin}[\mathrm{Sin}[x]] - \mathrm{Cos}[x]\mathrm{Sqrt}[x] * x + 2$ are graficul afisat in figura de mai jos:



Integrala acestei functii pe domeniul $\{x, 2,4\}$ este egala cu 13.06.

Programul Fortran de mai jos determina integrala acestei functii folosind metoda Monte-Carlo explicata anterior:

```
PROGRAM pro

  REAL  :: minim, maxim, aux, integrala,mediefunctie

  real, dimension(100000) :: x

  INTEGER ::n,i,j

  WRITE(*,*) 'Programul calculeaza integrala unei functii unidimensionale f prin metoda Monte
Carlo'

  WRITE(*,*)  'minimul intervalului a:='

  READ(*,*) minim

  WRITE(*,*)  'maximul intervalului b:='

  READ(*,*) maxim

  WRITE(*,*)  'numarul de evenimente n ( de ordinul ~100-1000 ):='

  READ(*,*)  n

  call random_seed()
```

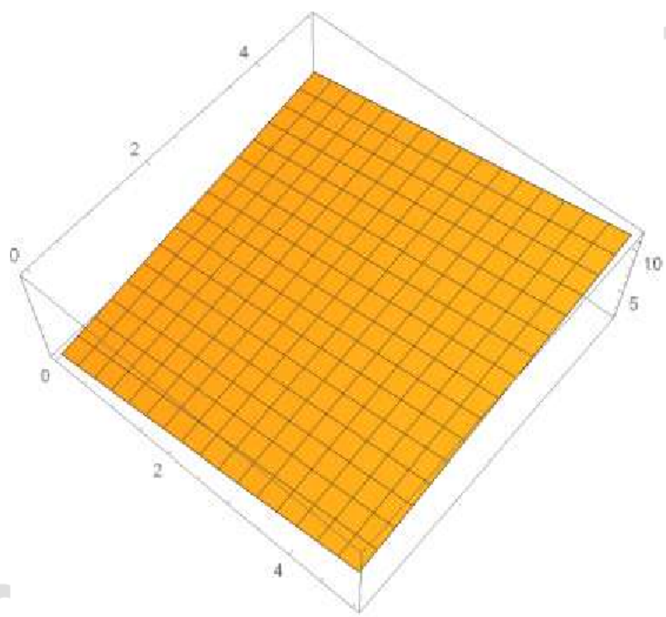
```
   call random_number(x)
   do i=1,n
    write(*,*) x(i)
   end do
   write(*,*) 'afisare vector shiftat'
   do i = 1, n
   aux=x(i)
   x(i)=abs(maxim-minim)*aux+minim
   write(*,*) x(i)
   end do
   integrala=0.
   mediefunctie=0.
   do i = 1, n
    mediefunctie=mediefunctie+functiespecifica(x(i))
   end do
   mediefunctie=mediefunctie/real(n)
   integrala=abs(minim-maxim)*mediefunctie
   write(*,*) 'Integrala este:=',integrala
   write (*,20) integrala
20   format (F8.3)
END PROGRAM pro

function functiespecifica(y)
implicit none
real :: functiespecifica
```

```
real :: y

functiespecifica=y*sin(sin(y))-cos(y)*sqrt(y)*y+2.0

end function functiespecifica
```

2) Aceasta metoda poate fi aplicata cu succes si in cazul integralelor multi-dimensionale,

$$\int_a^b \int_a^b g(x,y)dxdy \sim 1/N \sum_{i=1}^{N} g(x_i, y_i)\,(b-a)(b-a).$$

Pentru functia reprezentata mai jos, $g(x) = x + y + 2$ urmatorul program calculeaza aceasta integrala care analitic este egala cu 175.



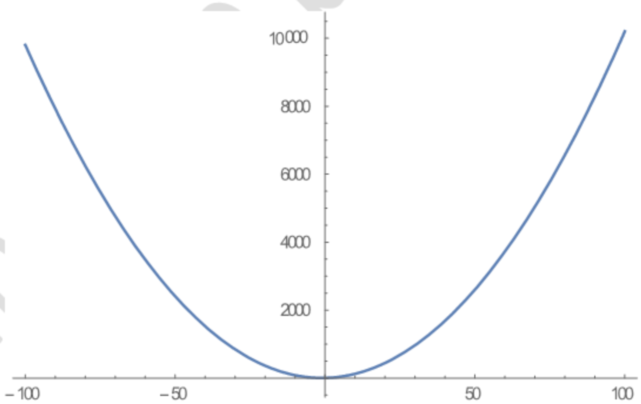

```
PROGRAM pro

  REAL  :: minim, maxim, aux, integrala,mediefunctie

  real, dimension(100000) :: x,y

  INTEGER ::n,i,j

  WRITE(*,*) 'Programul calculeaza integrala unei functii unidimensionale f prin metoda Monte
Carlo'

  WRITE(*,*)  'minimul intervalului a:=0'
```

```
minim=0
WRITE(*,*)  'maximul intervalului b:=5'
maxim=5
WRITE(*,*)  'numarul de evenimente n ( de ordinul ~100-1000 ):='
READ(*,*)  n
do i=1,n
 do j=1,n
 call random_number(aux)
 aux=minim+abs(maxim-minim)*aux
 x(i)=aux
 call random_number(aux)
 aux=minim+abs(maxim-minim)*aux
 y(j)=aux
 !write(*,*) x(i),y(j)
end do
end do
mediefunctie=0.
do i=1,n
 do j=1,n
 mediefunctie=mediefunctie+functiespecifica(x(i),y(j))
end do
end do
mediefunctie=mediefunctie/(n*n)
write(*,*) 'f mediu:=',mediefunctie
!integrala este suprafata totala imnultita cu media functiei
```

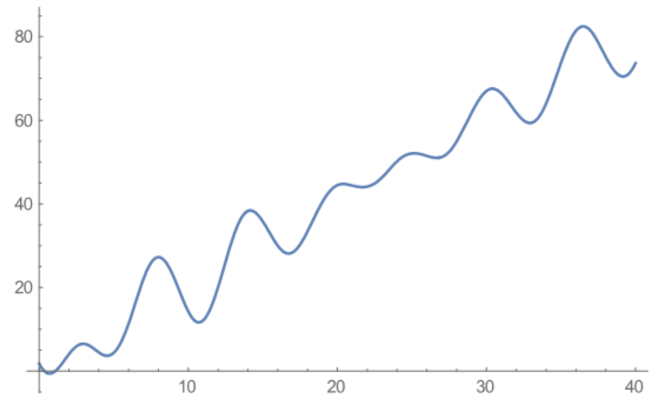
```
    !pe acest interval
    integrala=mediefunctie*((maxim-minim)*(maxim-minim))
    write(*,*) 'intergrala:=',integrala
END PROGRAM pro
function functiespecifica(x,y)
implicit none
real :: functiespecifica
real :: y,x
functiespecifica=x+y+2
end function functiespecifica
```

Probleme propuse:

1) Sa se adapteze programul pentru functia $x^2 + 2x + 4$ care este reprezentata in figura de mai jos.



2) Sa se adapteze programul pentru functia $\mathrm{Sin}[\mathrm{Cos}[x]] - 10\mathrm{Sin}[x]\mathrm{Cos}[\mathrm{Sqrt}[x]] + \mathrm{Sin}[x] + 2x + 1$ care este reprezentata in figura de mai jos; valoarea integralei pe intervalul $\{x, 0,40\}$ este egala cu 1626.4.



3) Sa se adapteze programul pentru o functie bidimensionala $g(x, y) = x\hat{}2\text{Sin}[x] + y\text{Cos}[x] + 2$, reprezentata in figura urmatoare.